CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BARRA MANSA

Curso Superior de Tecnologia em Gestão da Produção Industrial
Disciplina: Introdução à Computação - 1º Período
Professor: José Maurício S. Pinheiro

AULA 4: Sistemas Digitais

É mais simples para o ser humano trabalhar com valores numéricos na base decimal, mas um sistema computacional trabalha de maneira diferente. Um sistema digital é um sistema matemático que define informações como valores numéricos. Dessa forma, é possível definir operações digitais como cálculos matemáticos.
Em analogia ao sistema decimal, onde cada dígito possui 10 valores possíveis, um sistema digital é um sistema binário, onde cada dígito possui apenas 2 valores possíveis. Esses dois valores são definidos como "níveis lógicos" e adota-se o valor de 0 (zero) ou 1 (um) apenas. Transportando esse sistema para um sistema computacional é necessário apresentar esses dois valores como sinais elétricos. Para tanto, podemos entendê-los como:

- Ligado ou desligado;
- Nível alto ou nível baixo;
- Alimentado ou em zero;
- VCC ou Terra.

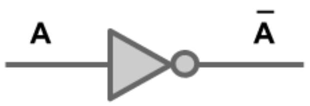
Ao impormos nas entradas níveis lógicos determinados (nível 1 ou nível 0 para cada uma das entradas), vamos obter na saída o resultado da combinação dessas entradas. É por esta razão que se chamam circuitos de decisão ou combinatórios, uma vez que para cada combinação de valores 1 e 0 nas entradas se obtém à saída um nível lógico que é determinado pela estrutura do circuito.
Existem três circuitos lógicos básicos, chamados genericamente portas ou “gates”: a porta “e” (and), a porta “ou” (or) e o “inversor” ou “negação” (inverter ou not). As operações observáveis para esses níveis lógicos são definidas como operações lógicas. Todas as possíveis operações lógicas são baseadas em apenas três operações primárias:

- Inversão;
- Soma lógica;
- Produto lógico.

Portanto, a manipulação de informação binária em um computador é feita por meio de circuitos lógicos, chamados portas lógicas. As portas lógicas básicas são:

1.1 Porta “Não” (Inversor, NOT)

A porta NOT inverte o sinal de entrada (executa a NEGAÇÃO do sinal de entrada), ou seja, se o sinal de entrada for 0 ela produz uma saída 1, se a entrada for 1 ela produz uma saída 0 (Fig. 1).

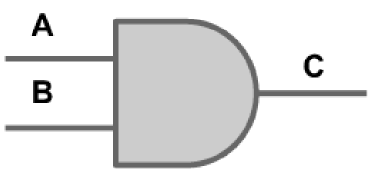


A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Figura 1 - Porta NOT

1.2 Porta E (AND)

A porta AND combina dois ou mais sinais de entrada de forma equivalente a um circuito em série, para produzir um único sinal de saída, ou seja, ela produz uma saída 1, se todos os sinais de entrada forem 1. Caso qualquer um dos sinais de entrada seja 0, a porta AND produzirá um sinal de saída igual a zero (Fig. 2).



A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

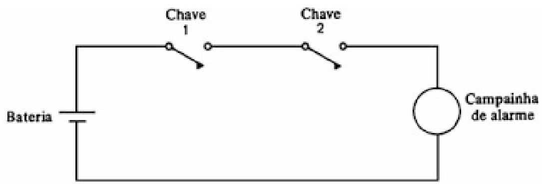
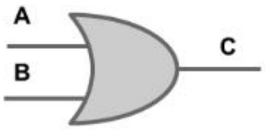


Figura 2 - Porta AND

1.3 Porta OU (OR)

A porta OR combina dois ou mais sinais de entrada de forma equivalente a um circuito em paralelo, para produzir um único sinal de saída, ou seja, ela produz uma saída 1, se qualquer um dos sinais de entrada for igual a 1. A porta OR produzirá um sinal de saída igual a zero apenas se todos os sinais de entrada forem 0 (Fig.3).



A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

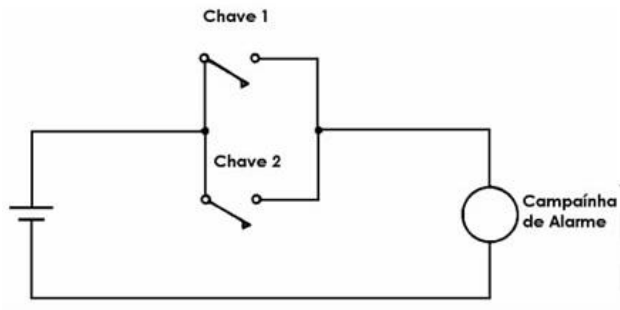
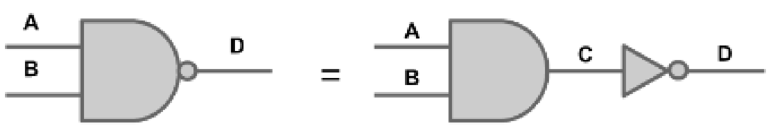


Figura 3 - Porta OR

1.4Porta “Não-E” (NAND)

A porta NAND equivale a uma porta AND seguida por uma porta NOT, isto é, ela produz uma saída que é o inverso da saída produzida pela porta AND (Fig. 4).

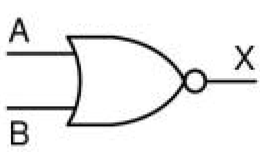


A	B	C	D
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Figura 4 - Porta NAND

1.5Porta “Não-OU” (NOR)

A porta NOR equivale a uma porta OR seguida por uma porta NOT, isto é, ela produz uma saída que é o inverso da saída produzida pela porta OR (Fig. 5).



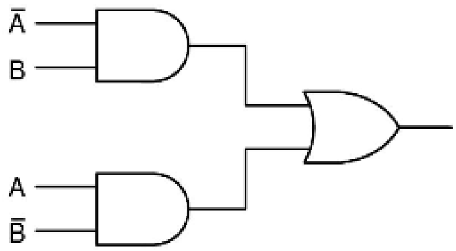
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Figura 5 - Porta NOR

1.6 Porta OU Exclusivo (XOR)

A porta XOR compara os bits; ela produz saída 0 quando todos os bits de entrada são iguais e saída 1 quando pelo menos um dos bits de entrada é diferente dos demais (Fig. 6).

A	B	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



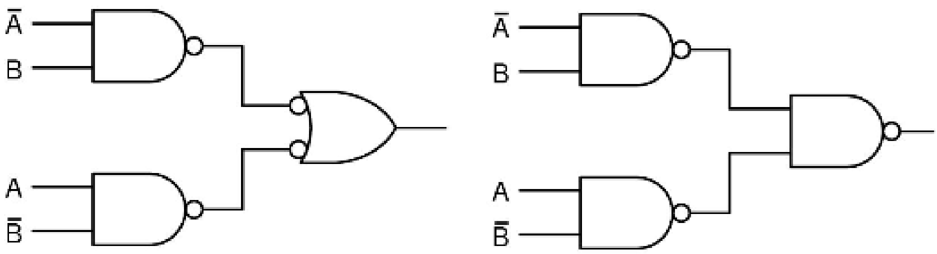
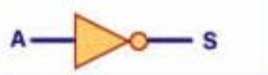


Figura 6 - Portas XOR

Na Tabela 1, temos um resumo das portas apresentadas e sua representação algébrica.

Tabela 1 - Resumo das portas lógicas apresentadas

NOME	Símbolo Gráfico	Símbolo Algébrico
NOT		$S = \overline{A}$ ou $S = A'$
AND		$S = A \cdot B$ ou $S = AB$
OR		$S = A + B$
NAND		$S = (\overline{A\,B})$
NOR		$S = (\overline{A + B})$
XOR		$S = A \oplus B$

2. Álgebra Booleana

Para descrever os circuitos que podem ser construídos pela combinação de portas lógicas, um novo tipo de álgebra é necessário, onde as variáveis e funções podem ter apenas valores 0 e 1. Tal álgebra é denominada álgebra booleana.

George Boole nasceu na Inglaterra em 1815 e, em 1847, publicou um trabalho científico sob o título "*The Mathematical Analysis of Logic*", onde introduz os conceitos de lógica simbólica demonstrando que a lógica podia ser representada por equações algébricas. Este trabalho se tornou fundamental para a construção e programação dos modernos computadores eletrônicos.

Na Álgebra de Boole existem apenas três operadores: E, OU e NÃO (AND, OR, NOT). Estas três funções são as únicas operações necessárias para efetuar comparações ou as quatro operações aritméticas base.

Em 1937, Claude Shannon estabeleceu a relação entre a Álgebra de Boole e os circuitos eletrônicos transferindo os dois estados lógicos (SIM e NÃO) para os diferentes estados no circuito.

Uma função booleana tem uma ou mais variáveis de entrada e fornece somente um resultado na saída, o qual depende apenas dos valores destas variáveis. Como uma função de n variáveis possui apenas 2n conjuntos possíveis de valores de entrada, a função pode ser descrita completamente através de uma tabela de 2n linhas, cada linha mostrando o valor da função para uma combinação diferente dos valores de entrada. Tal tabela é denominada tabela verdade.

2.1 Operação OU (Adição Lógica)

Uma definição para a operação OU, que também é denominada adição lógica, é: "A operação OU resulta 1 se pelo menos uma das variáveis de entrada vale 1". Como uma variável Booleana ou vale 1 ou vale 0, e como o resultado de uma operação qualquer pode ser encarado como (ou atribuído a) uma variável Booleana, basta que definamos quando a operação vale 1. Automaticamente, a operação resultará 0 nos demais casos. Assim, pode-se dizer que a operação OU resulta 0 somente quando todas as variáveis de entrada valem 0.

Um símbolo possível para representar a operação OU é "+", tal como o símbolo da adição algébrica. Porém, como estamos trabalhando com variáveis Booleanas, sabemos que não se trata da adição algébrica, mas sim da adição lógica. Outro símbolo também encontrado na bibliografia é "∨".

Listando as possibilidades de combinações entre dois valores Booleanos e os respectivos resultados para a operação OU, tem-se:

$$
\begin{aligned}
0 + 0 &= 0 \\
0 + 1 &= 1 \\
1 + 0 &= 1 \\
1 + 1 &= 1
\end{aligned}
$$

Note que a operação OU só pode ser definida se houver, pelo menos, duas variáveis envolvidas. Ou seja, não é possível realizar a operação sobre somente uma variável. Devido a isso, o operador “+” (OU) é dito binário.
Nas equações, não se costuma escrever todas as possibilidades de valores. Apenas adotamos uma letra (ou uma letra com um índice) para designar uma variável Booleana. Com isso, já se sabe que aquela variável pode assumir ou o valor 0 ou o valor 1.
Então, supondo que queiramos demonstrar o comportamento da equação A+B (lê-se A ou B), poderíamos fazê-lo utilizando uma tabela verdade, como segue:

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Da mesma forma, podemos mostrar o comportamento da equação A+B+C (lê-se A ou B ou C) por meio de uma tabela verdade. Como na equação há somente o símbolo “+”, trata-se da operação OU sobre três variáveis. Logo, pode-se aplicar diretamente a definição da operação OU: o resultado será 1 se pelo menos uma das variáveis de entrada valer 1.

A	B	C	A+B+C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

É importante notar que, devido ao fato de haver somente um operador na equação, pode-se também avaliar a equação decompondo-a em pares. Por exemplo, pode-se primeiramente achar o resultado de A+B, para depois operar os valores resultantes com os respectivos valores de C. Esta propriedade é conhecida como associativa. Também a ordem em que são avaliadas as variáveis A, B e C é irrelevante (propriedade comutativa).
Estas propriedades são ilustradas pela tabela verdade a seguir. Nela, os parêntesis indicam subexpressões já avaliadas em coluna imediatamente à esquerda. Note que os valores das colunas referentes às expressões A+B+C, (A+B)+C e (B+C)+A são os mesmos (na mesma ordem).

A B C	A+B+C	A+B	(A+B)+C	B+C	(B+C)+A
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	1	0	1	1	1
0 1 0	1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	0	1
1 0 1	1	1	1	1	1
1 1 0	1	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1

2.2 Operação E (Multiplicação Lógica)

A operação E, ou multiplicação lógica, pode ser definida da seguinte forma: "A operação E resulta 0 se pelo menos uma das variáveis de entrada vale 0". Pela definição dada, pode-se deduzir que o resultado da operação E será 1 se, e somente se, todas as entradas valerem 1. O símbolo usualmente utilizado na operação E é "·", porém outra notação possível é "∧".
Podemos, também, listar as possibilidades de combinações entre dois valores Booleanos e os respectivos resultados, para a operação E:

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot 1 &= 0 \\ 1 \cdot 0 &= 0 \\ 1 \cdot 1 &= 1 \end{aligned}$$

Assim como a operação OU, a operação E só pode ser definida entre, pelo menos duas variáveis. Ou seja, o operador "·" (E) também é binário. Para mostrar o comportamento da equação A · B (lê-se A e B), escreve-se uma tabela verdade, como segue:

A	B	A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

De forma semelhante, pode-se determinar o resultado da equação A·B·C (lê-se A e B e C) utilizando diretamente a definição da operação E: o resultado será 0 se pelo menos uma das variáveis de entrada for 0.

A B C	A·B·C
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	1

Também para a operação E valem as propriedades associativa e comutativa. Então, a equação A.B.C pode ainda ser avaliada tomando-se as variáveis aos pares, em qualquer ordem. Veja a tabela verdade a seguir e compare os resultados.

A B C	A·B·C	A·B	(A·B)·C	B·C	A·(B·C)
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0
1 0 0	0	0	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	1
1 1 0	0	1	0	0	0
1 1 1	1	1	1	1	1

2.3 Complementação (ou Negação, ou Inversão)

A operação complementação dispensa uma definição. É a operação cujo resultado é simplesmente o valor complementar ao que a variável apresenta. Também devido ao fato de uma variável Booleana poder assumir um entre somente dois valores, o valor complementar será 1 se a variável vale 0 e será 0 se a variável vale 1.
Os símbolos utilizados para representar a operação complementação sobre uma variável Booleana A são $\bar{A}$, ~A e A' (lê-se A negado). O resultado da operação complementação pode ser listado:

$$\bar{0} = 1$$
$$\bar{1} = 0$$

Diferentemente das operações OU e E, a complementação só é definida sobre uma variável, ou sobre o resultado de uma expressão. Ou seja, o operador complementação é dito unário. E a tabela verdade para A é:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0