O Decibel quase sem matemática

*José Maurício S. Pinheiro

Logo que os sistemas de comunicação utilizando sinais elétricos começaram a desenvolver-se, surgiu a necessidade de se calcular e expressar a atenuação introduzida pelo meio de transmissão. Otimizar a transferência de potência para as cargas, identificar a potência mínima de sinal capaz de vencer o ruído presente no receptor e quantificar a perda de potência entre o transmissor e o receptor eram pontos cruciais no projeto dos sistemas.

Entretanto, ocorre uma variação nos níveis de potência, tensão, corrente e pressão sonora encontrados nos sistemas de comunicação e de áudio e nossos sentidos comportam-se de forma aproximadamente logarítmica, isto é, nossa percepção da variação da intensidade de um estímulo é proporcional ao estímulo já existente. Por esse motivo, definiu-se uma unidade logarítmica para formar uma escala de níveis de sinal, aplicada a níveis de potência ou grandezas cujo quadrado seja proporcional à potência. Esta unidade foi denominada bel (B) => bel = log (W_1/W_0), onde log é o logaritmo na base 10.

Como cada variação de 1bel em nossa escala equivale a uma multiplicação por 10 do valor da potência, logo ficou clara a necessidade de um submúltiplo para mostrar com clareza variações menores. Foi definido então o decibel (dB), cujo plural pode ser decibéis ou decibels (segundo o dicionário Aurélio), de tal forma que temos uma variação de 10 dB para cada variação de 1 bel no nível de potência:

- x decibéis = $10.\log(W_1/W_0)$ => 1 dB => $10.\log(W/W_0) = 1$ => $\log(W/W_0) = 0,1$ ou seja 0,1 Bel = 1 dB => $W/W_0 = 10^{0,1} = 1,26$.

Esta também era aproximadamente a perda observada em uma milha de comprimento do cabo padrão usado em telefonia e coincidia com a chamada Unidade de transmissão (TU) definida em 1923 por W. H. Martin, dos laboratórios Bell, para unificar a menor variação acústica de sinal percebida nos receptores telefônicos, chamada de Unidade de Sensação (SU), com a perda elétrica medida em uma milha de cabo padrão.

Conceitos

Nos diversos segmentos das telecomunicações, utilizamos escalas logarítmicas para medir relações de potências de sinais elétricos em virtude das grandes variações existentes entre esses sinais. Por exemplo, uma variação de 1 para 10000 corresponde, em logaritmos decimais, a de 0 para 4.

Um circuito elétrico qualquer pode apresentar uma atenuação ou ganho do sinal. A atenuação significa que a potência do sinal de entrada é maior que a do sinal de saída, e ganho significa que a potência do sinal de entrada é menor que a do sinal de saída.

A finalidade da escala em dB é permitir a medição do ganho de tensão, corrente ou potência em um quadripolo. Define-se quadripolo um dispositivo destinado a amplificar ou atenuar sinais.

dB Entrada **dB Saída**

Para que o 0dB e demais indicações sejam válidas, os cálculos devem ser efetuados sobre uma impedância de 600Ω. Essa impedância indica a linha de carga, sendo obrigatória para as medições. Resumindo:

- dB - usado para comparação entre potências. Equivale a 10.log (W / W_0), onde W_0 é a potência de referência especificada. Quando $W = W_0$, temos o nível 0 dB.
- dBm - nível de potência de sinal elétrico : 10.log (W / W_0), 0dBm = W_0 =1mW ou 0,775V em 600 ohms;
- dBW - nível de potência de sinal elétrico : 10.log (W / W_0), 0dBW = W_0 = 1W;
- dB PWL ou L_w - nível de potência acústica: 10.log (W / W_0), 0 dB PWL = W_0 =10^{-12} W;
- dB IL ou L_I - nível de intensidade acústica: 10.log (I / I_0), 0 dB IL = I_0 = 10^{-12} W/m^2 (ANSI S1.8);

Para grandezas cujo quadrado seja proporcional à potência (tensão e corrente elétrica, pressão sonora e força ou velocidade): x dB = 20.log (V/V_0), 20.log (i/i_0), ou 20.log (p/p_0).

Por exemplo:

dBu - nível de tensão de sinal: 0dBu = 0,775V em qualquer impedância. Equivale a 20.log (V/0,775V).
dBV - nível de tensão de sinal. 0dBV = 1 V em qualquer impedância. Equivale a 20.log (V/1V).

NOTA: O uso do multiplicador 20 na fórmula para achar o nível em dB de tensões, correntes e pressão sonora, está ligado ao fato que a potência elétrica ou a intensidade acústica (potência/área) ser proporcional ao quadrado das tensões, correntes ou pressão sonora, e a propriedade dos logaritmos que diz: $\log(x^2) = 2\log(x)$. De fato, quando calculamos o valor em dB de uma razão de tensões estamos transformando esta razão em uma razão de potências. Isto nos permite dizer, sem nos preocuparmos com a impedância em cada ponto, que quando aumentamos em 6dB a pressão sonora aplicada a um microfone, sua tensão de saída aumentara de 6dB, a tensão e a potência do amplificador também terão uma variação de 6dB e a pressão sonora gerada pelo falante terá os mesmos 6dB de acréscimo, se todos estiverem funcionando linearmente. Outro motivo para esta transformação é que normalmente será mais fácil medir tensão, corrente ou pressão sonora que a potência diretamente.

dB

O dB é um número relativo e permite representar relações entre duas grandezas de mesmo tipo, como relações de potências, tensões, correntes ou qualquer outra relação adimensional. Portanto, permite definir ganhos e atenuações, relação sinal/ruído, dinâmica, etc.

O dB é uma unidade logarítmica muito usada em telecomunicações porque:

- O ouvido humano tem resposta logarítmica (sensação auditiva versus potência acústica);
- Em telecomunicações, se usam números extremamente grandes ou pequenos. O uso de logaritmos torna estes números pequenos e fáceis de manipular, e transforma produtos em somas e divisões em subtrações.

A relação logarítmica entre as potências de um sinal (entrada e saída) em um circuito é definida em bel como:

$$\text{Amplificação} = \log \frac{Ps}{Pe}$$

Na prática, utiliza-se a subunidade decibel (dB).

$$\text{Amplificação} = 10 \log \frac{Ps}{Pe}$$

A amplificação positiva significa ganho e a amplificação negativa significa atenuação, ou seja:

$$\text{Ganho} = 10 \log \frac{Ps}{Pe} \text{ (dB)} \quad \text{Atenuação} = 10 \log \frac{Pe}{Ps} \text{ (dB)}$$

É interessante notar que o argumento da função log é adimensional e o dB é uma unidade relativa, o que torna necessário especificar sempre a grandeza de referência.

O decibel isoladamente pouco significa. Ele não é uma unidade de medida tal qual o ampére ou o volt. Quando se diz 3 ampéres, significa 3 vezes a unidade básica ampére. O mesmo, porém, não acontece para 3 decibéis. Essa indicação necessita de um referencial, pois o decibel é uma unidade relativa e não absoluta. É necessário que exista outro valor para que sua magnitude tenha um sentido pleno. Assim, foi adotado um padrão de potência para ser considerado como 0dB. Esse padrão de referência é 0,775V sobre uma impedância de 600 Ω. Isso corresponde a 1mW de potência elétrica.

Uma demonstração matemática para comprovar a definição acima:

$$\mathbf{P = V^2 / R \Rightarrow P = 0{,}775^2 / 600 \Rightarrow P = 0{,}001W, \text{ ou seja: } 0dB = 1mW}$$

Exemplos:

1. Em uma linha de transmissão é injetado um sinal de 100mW e é medido na outra ponta 25mW. Qual a atenuação da linha?

Atenuação = 10log(pe/ps) = 10log(100/25) = 6,02dB

2. Em um circuito amplificador, o sinal de entrada é de 30mW e o de saída é de 4W. Qual o ganho deste amplificador?

Ganho = 10log(ps/pe) = 10log(4000/30) = 21,25dB

NOTA: Ambas as potências (entrada e saída) devem estar na mesma unidade de medida. O dB exprime a comparação entre duas potências (valor relativo), não significando valor absoluto de grandeza.

Cada aumento de 3dB equivale a aumentar 2 vezes a potência, ou seja, 10log(2P/P) = 3dB.

dBm

Expressa a amplificação (ganho ou atenuação) de um sinal em relação a uma potência de referência de 1mW, ou seja, indica quantos decibéis o sinal está acima ou abaixo de 1mW. Desta forma, o dBm é um valor absoluto de potência.

$$\text{Amplificação} = 10 \log \frac{\text{Potência (mW)}}{1\text{(mW)}}$$

1. Transformar 9mW em dBm.

Potência = 10log(9mW/1mW) = 9,45dBm

2. Transformar 22μW em dBm.

Potência = 10log(0,022mW/1mW) = -16,57dBm

3. Calcular 44dBm - 6 dBm:

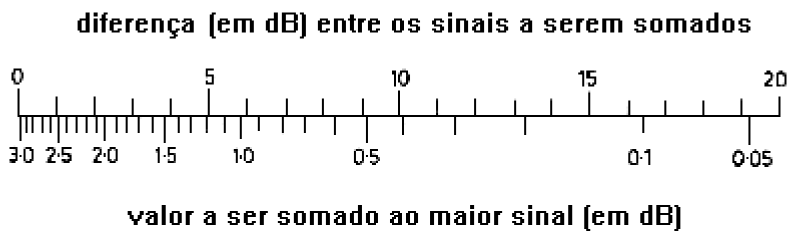
Os níveis absolutos em dBm nunca podem ser somados ou subtraídos. O valor de potência em dBm só pode ser somado ou subtraído à dB. Para esse cálculo é necessário transformar dBm em mW.

44dBm = $10^{4,4}$ = 25.118mW
6 dBm = $10^{0,6}$ = 3,98mW
logo,
44dBm - 6 dBm = 25.118 - 3,98 = 25.114,02mW

=> 10log(25.114,02/1mW) = 43,99dBm

4. Calcular -32dbm + 9dB:
Neste caso, basta realizar a operação: -32dBm + 9dB = -23dBm

5. Qual é a potência total de um sinal de 10 dBm somado a um ruído de 6 dBm? A diferença entre as parcelas é 10 dBm - 6 dBm = 4 dB (obs. : subtrair potências em unidades logarítmicas equivale a fazer um quociente em unidades lineares, portanto, o resultado é um numero adimensional, o dB). No gráfico da figura seguinte, obtemos para uma diferença de 4 dB o valor de 1,45 dB. A soma dos dois sinais tem uma potência de 10 dBm + 1,45 dB = 11,45 dBm.



6. Ao girarmos o controle de volume de um toca-disco, o output aumentou de 0.5W para 10W. Qual o ganho em dB?
Ganho = 10 log (10 / 0.5) = 13 dB, ou seja, a nova saída = $10^{1.3}$ = 20 vezes maior do que a inicial.

7. Os sinais de radio de um avião tinham 1mw de potência e chegaram à antena do aeroporto enfraquecidos de 58 dB. Sendo que o sistema de radio-recepção do aeroporto amplificou esses sinais para 2W, pede-se o ganho do sistema antena do aeroporto + amplificador do aeroporto.
A perda de 58 dB é um valor negativo, ou seja, => - 58 = 10 log (ant / 0.001), e daí: ant = 0.001 * $10^{-5.8}$ = 1.58 * 10^{-9} , de modo que: Ganho no aeroporto = 10 log (2 / ant) = 91 dB, ou seja, o aeroporto foi capaz de amplificar cerca de um bilhão de vezes o sinal que captou do avião.

8. No sistema eletrônico abaixo, temos: perda do microfone = -3.5 dB, ganho do pré-amplificador = 12.5 dB, perda do cabo = -6.5 dB e ganho do (amplificador + alto-falante) = 37.5 dB:

Calcular a amplificação total do sistema.
Amplificação total = -3.5 + 12.5 - 6.5 + 37.5 = 40 dB

Tabelas de conversão

Símbolo	Sinal padrão	Fórmula
dBm	Sinal de potência = 1 miliwatt	10 log [(saída em mw) / (1 mw)]
dBu	Tensão elétrica de 0.775 volts	20 log [(tensão em volts) / (0.775 volts)]

1. DECIBEL

1.1. Expressão de relações

— Relações de potência

$$n\ (dB) = 10 \log \frac{P_1}{P_o}$$

— Relações de corrente ou tensão

$$n\ (dB) = 20 \log \frac{I_1}{I_o} = 20 \log \frac{V_1}{V_o}$$

1.2. Expressão de potências

$$n\ (dBW) = 10 \log P_1\ (W)$$

$$n\ (dBm) = 10 \log P_1\ (mW)$$

dB	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
− 9,	0,1259	0,1230	0,1202	0,1175	0,1148	0,1122	0,1096	0,1072	0,1047	0,1023
− 8,	0,1585	0,1549	0,1514	0,1479	0,1445	0,1413	0,1380	0,1349	0,1318	0,1288
− 7,	0,200	0,1950	0,1905	0,1862	0,1820	0,1778	0,1738	0,1698	0,1660	0,1622
− 6,	0,251	0,246	0,240	0,234	0,229	0,224	0,219	0,214	0,209	0,204
− 5,	0,316	0,309	0,302	0,295	0,288	0,282	0,275	0,269	0,263	0,257
− 4,	0,398	0,389	0,380	0,372	0,363	0,355	0,347	0,339	0,331	0,324
− 3,	0,501	0,490	0,479	0,468	0,457	0,447	0,437	0,427	0,417	0,407
− 2,	0,631	0,617	0,603	0,589	0,575	0,562	0,550	0,537	0,525	0,513
− 1,	0,794	0,776	0,759	0,741	0,724	0,708	0,692	0,676	0,661	0,646
− 0,	1,000	0,977	0,955	0,933	0,912	0,891	0,871	0,851	0,832	0,813
+ 0,	1,000	1,023	1,047	1,072	1,096	1,122	1,148	1,175	1,202	1,230
+ 1,	1,259	1,288	1,318	1,349	1,380	1,413	1,445	1,479	1,514	1,549
+ 2,	1,585	1,622	1,660	1,698	1,738	1,778	1,820	1,862	1,906	1,950
+ 3,	1,995	2,04	2,09	2,14	2,19	2,24	2,29	2,34	2,40	2,46
+ 4,	2,51	2,57	2,63	2,69	2,75	2,82	2,88	2,95	3,02	3,09
+ 5,	3,16	3,24	3,31	3,39	3,47	3,55	3,63	3.72	3,80	3,89
+ 6,	3,98	4,07	4,17	4,27	4,37	4,47	4,57	4,68	4,79	4,90
+ 7,	5,01	5,13	5,25	5,37	5,50	5,62	5,75	5,89	6,03	6,17
+ 8,	6,31	6,46	6,61	6,76	6,92	7,08	7,24	7,41	7,59	7,76
+ 9,	7,94	8,13	8,32	8,51	8,71	8,91	9,12	9,33	9,55	9,77
dB	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9

Multiplicadores

−	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}
dB	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
+	10	10^{2}	10^{3}	10^{4}	10^{5}	10^{6}	10^{7}	10^{8}	10^{9}	10^{10}

Exemplo: $+ 53{,}2$ dB: $\dfrac{V}{V_0} = 2{,}09 \times 10^{5}$

$- 53{,}2$ dB: $\dfrac{V}{V_0} = 0{,}479 \times 10^{-5} = 4{,}79 \times 10^{-6}$

Conversão de decibel em relação de potências

dB	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
− 19,	0,1122	0,1109	0,1096	0,1084	0,1072	0,1059	0,1047	0,1035	0,1023	0,1012
− 18,	0,1259	0,1245	0,1230	0,1216	0,1202	0,1189	0,1175	0,1161	0,1148	0,1135
− 17,	0,1413	0,1396	0,1380	0,1365	0,1349	0,1334	0,1318	0,1303	0,1288	0,1274
− 16,	0,1585	0,1567	0,1549	0,1531	0,1514	0,1496	0,1479	0,1462	0,1445	0,1429
− 15,	0,1778	0,1758	0,1738	0,1718	0,1698	0,1679	0,1660	0,1641	0,1622	0,1603
− 14,	0,1995	0,1972	0,1950	0,1928	0,1905	0,1884	0,1862	0,1841	0,1820	0,1799
− 13,	0,224	0,221	0,219	0,216	0,214	0,211	0,209	0,206	0,204	0,202
− 12,	0,251	0,248	0,245	0,243	0,240	0,237	0,234	0,232	0,229	0,226
− 11,	0,282	0,279	0,275	0,272	0,269	0,266	0,263	0,260	0,257	0,254
− 10,	0,316	0,313	0,309	0,306	0,302	0,298	0,295	0,292	0,288	0,285
− 9,	0,355	0,351	0,347	0,343	0,339	0,335	0,331	0,327	0,324	0,320
− 8,	0,398	0,394	0,389	0,385	0,380	0,376	0,372	0,367	0,363	0,359
− 7,	0,447	0,442	0,436	0,432	0,427	0,422	0,417	0,412	0,407	0,403
− 6,	0,501	0,496	0,490	0,484	0,479	0,473	0,468	0,462	0,457	0,452
− 5,	0,562	0,556	0,550	0,543	0,537	0,531	0,525	0,519	0,513	0,507
− 4,	0,631	0,624	0,617	0,610	0,603	0,596	0,589	0,582	0,575	0,569
− 3,	0,708	0,700	0,692	0,684	0,676	0,668	0,661	0,653	0,646	0,638
− 2,	0,794	0,785	0,776	0,767	0,759	0,750	0,741	0,733	0,724	0,716
− 1,	0,891	0,881	0,871	0,861	0,851	0,841	0,832	0,822	0,813	0,804
− 0,	1,000	0,989	0,977	0,966	0,955	0,944	0,933	0,923	0,912	0,902
+ 0,	1,000	1,012	1,023	1,035	1,047	1,059	1,072	1,084	1,096	1,109
+ 1,	1,122	1,135	1,148	1,161	1,175	1,189	1,202	1,216	1,230	1,245
+ 2,	1,259	1,274	1,288	1,303	1,318	1,334	1,349	1,365	1,380	1,396
+ 3,	1,413	1,429	1,445	1,462	1,479	1,496	1,514	1,531	1,549	1,567
+ 4,	1,585	1,603	1,622	1,641	1,660	1,679	1,698	1,718	1,738	1,758
+ 5,	1,778	1,799	1,820	1,841	1,862	1,884	1,905	1,928	1,950	1,972
+ 6,	1,995	2,02	2,04	2,06	2,09	2,11	2,14	2,16	2,19	2,21
+ 7,	2,24	2,26	2,29	2,32	2,34	2,37	2,40	2,43	2,46	2,48
+ 8,	2,51	2,54	2,57	2,60	2,63	2,66	2,69	2,72	2,75	2,79
+ 9,	2,82	2,85	2,88	2,92	2,95	2,98	3,02	3,06	3,09	3,13

dB	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
+ 10,	3,16	3,20	3,24	3,27	3,31	3,35	3,39	3,43	3,47	3,51
+ 11,	3,55	3,59	3,63	3,67	3,72	3,76	3,80	3,85	3,89	3,94
+ 12,	3,98	4,03	4,07	4,12	4,17	4,22	4,27	4,32	4,36	4,42
+ 13,	4,47	4,52	4,57	4,62	4,68	4,73	4,79	4,84	4,90	4,96
+ 14,	5,01	5,07	5,13	5,19	5,25	5,31	5,37	5,43	5,50	5,56
+ 15,	5,62	5,69	5,75	5,82	5,89	5,96	6,03	6,10	6,17	6,24
+ 16,	6,31	6,38	6,46	6,53	6,61	6,68	6,76	6,84	6,92	7,00
+ 17,	7,08	7,16	7,24	7,33	7,41	7,50	7,59	7,67	7,76	7,85
+ 18,	7,94	8,04	8,13	8,22	8,32	8,41	8,51	8,61	8,71	8,81
+ 19,	8,91	9,02	9,12	9,23	9,33	9,44	9,55	9,66	9,77	9,89

Multiplicadores

−	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
dB	20	40	60	80	100
+	10	10^2	10^3	10^4	10^5

Exemplo:

$$+\ 56{,}8\ \text{dB:} \qquad \frac{V_1}{V_0} = 6{,}92 \times 10^2$$

$$-\ 56{,}8\ \text{dB:} \qquad \frac{V_1}{V_0} = 0{,}1445 \times 10^{-2} = 1{,}445 \times 10^{-3}$$

Conversão de decibel em relações de tensão ou corrente

Referências:

Davis, Don; Davis, Carolyn; Sound System Engineering; Howard W. Sams & Co, 2^{nd} ed. 3^{rd} print, 1989

Kinsler, Lawrence E.; Frey, Austin R.; Coppens, Alan B.; Sanders, James V.;Fundamentals of Acoustics; John Wiley & Sons, Inc. 3^{rd} ed.; 1982

Beranek, L.L.; Noise and Vibration Control, McGraw-Hill, 1971

Crocker, Malcolm J., Price, A. J.; Noise and Noise Control; CRC Press, 1975